

Sintesis dimensi dan analisis kinematik mekanisme empat batang dengan rantai kinematik RSSR

Rahim Isnan Al Hilman¹, Syamsul Huda² dan Mulyadi Bur²

¹Program Studi Jurusan Teknik Mesin, Universitas Andalas
Jl. Universitas Andalas, Limau Manis, Pauh, Kota Padang, Sumatera Barat 25163

²Dosen Program Studi Jurusan Teknik Mesin, Universitas Andalas
Jl. Universitas Andalas, Limau Manis, Pauh, Kota Padang, Sumatera Barat 25163
Email korespondensi: mulyadibur@ft.unand.ac.id

Abstrak

Mekanisme empat batang yang mempunyai gerak ruang dapat diaplikasikan untuk mentransmisikan putaran pada sumbu yang tidak sejajar. Salah satu bentuk konfigurasi adalah mekanisme rantai kinematik RSSR (*Revolute – Spherical – Spherical - Revolute*). Pada penelitian ini dilakukan proses sintesis dimensi dengan memperhatikan batasan *workspace* sambungan *spherical* dan transmisiabilitas yang dinyatakan dengan sudut transmisi. Sintesis dimensi mekanisme dilakukan berdasarkan metode fungsi pembangkit. Dengan fungsi pembangkit ini akan diperoleh dimensi konstanta kinematik mekanisme dengan acuan gerak batang input (*crank*) dan batang output (*follower*). Berdasarkan hasil sintesis dimensi dihasilkan beberapa model mekanisme yang akan dianalisis *workspace* dan sudut transmisiabilitas. Dari hasil analisis terhadap studi kasus, yang mana disintesis mekanisme RSSR dengan orientasi sumbu *revolute joint crank* dan *follower* saling tegak lurus yang berada pada satu bidang dimana putaran *crank*, θ dapat adalah 0° sampai 360° dan putaran sudut *follower* ϕ dengan rentang $0 \leq \phi \leq 180^\circ$. Dari proses sintesis diperoleh dimensi mekanisme RSSR serta analisis kinematik maka didapatkan, dimensi *crank* sebesar 5.55 satuan, *coupler* sebesar 8.07 satuan dan *follower* sebesar 2.79 satuan dengan capaian rentang sudut batang input $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ dan capaian rentang sudut batang output $0 \leq \phi \leq 133.2^\circ$ serta rentang sudut transmisiabilitas $38.4^\circ \leq \alpha \leq 101.6^\circ$.

Kata kunci: kinematik, sintesis dimensi, mekanisme empat batang, sudut transmisi.

Abstract

Spatial four bar linkage mechanism can be applied to transmit rotation from crank to coupler with various orientation of axis rotation. Revolute-spherical-spherical-revolute (RSSR) one of configuration of spatial four bar linkage mechanism. In this paper was carried out the dimensional synthesis of the RSSR mechanism using function generation method with consideration of limitation of spherical joint workspace and transmission angle. For case study was synthesized the RSSR four bar mechanism where orientation of crank axis rotation is perpendicular to follower axis rotation and the two axes lie on the same plane. The crank was desired to rotate fully cycle and the follower rotate with the span 180° ($0 \leq \phi \leq 180^\circ$). It was obtained the optimal dimension of crank, coupler and follower, 5.55, 8.07 and 2.79 units respectively. The displacement analysis was applied to evaluate performance of the mechanism. The obtained mechanism can perform fully cycle crank rotation and 133.2° span motion of follower and transmission angle between coupler and follower varies between 38.4° and 101.6° .

Keywords: kinematics, dimensional synthesis, rcsr four bar linkage mechanism, transmission angle.

1. Pendahuluan

Untuk mentransmisikan putaran dan daya dapat digunakan berbagai peralatan mekanik seperti sabuk, rantai, roda gigi dan lain sebagainya. Sebagian besar peralatan tersebut dapat mentransmisikan daya dan putaran untuk sumbu yang sejajar atau tegak lurus serta untuk siklus penuh (*fully cycle*). Untuk putaran output tidak siklus penuh dan adanya perbedaan orientasi sumbu putaran batang input dan output, sistem transmisi di atas tidak dapat digunakan. Salah satu peralatan yang dapat diterapkan untuk mentransmisikan putaran tersebut adalah mekanisme empat batang *loop* tertutup. Mekanisme ini dikenal dengan mekanisme empat batang gerak ruang

(*spatial four bar linkage*), yang menggunakan empat batang dan empat sambungan. Dua sambungan dipasangkan pada *ground* dan dua sambungan lagi mengapung (*floating joint*), sehingga membentuk *loop* tertutup.

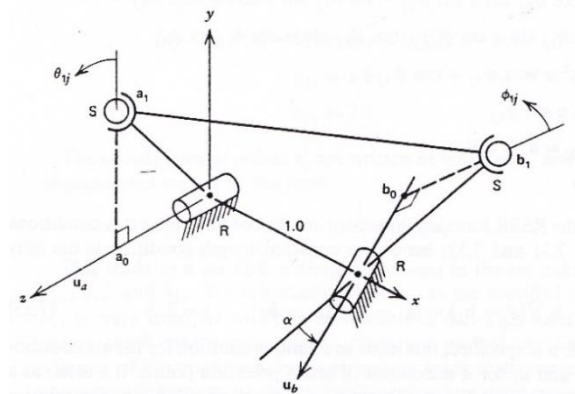
Konfigurasi *Revolut-Spherical-Spherical-Revolut* (RSSR) merupakan salah satu konfigurasi yang populer. Kajian tentang mobilitas mekanisme RSSR dan analisis kinematiknya telah dikembangkan dengan menggunakan matriks rotasi untuk menyatakan hubungan perpindahan input dan output [1]. Prosedur sintesis perancangan mekanisme RSSR dengan tujuan utama untuk menganalisis hubungan pergerakan sudut batang input dan output telah

diusulkan untuk mendapatkan formulasi untuk meningkatkan rasio kekonvergen [2]. Selanjutnya, telah dipaparkan secara sistematis prosedur sintesis mekanisme RSSR dengan tujuan memperoleh mekanisme empat batang untuk aplikasi tangan palsu berbasis teori *screw* dan aljabar linear [3]-[6].

Disamping persoalan sintesis dimensi, mekanisme RSSR juga dihadapkan pada persoalan keterbatasan *workspace* sambungan *spherical*. Untuk memperoleh sambungan *spherical* dengan ruang kerja yang luas, sulit untuk dilakukan karena kondisi alamiah sambungan tersebut. Pada tulisan ini batasan *workspace* sambungan *spherical* dan sudut transmisiabilitas dijadikan sebagai kriteria pada sintesis dimensi mekanisme empat batang RSSR.

2. Metode

Analisis posisi mekanisme RSSR dilakukan berdasarkan pada kondisi dimana panjang *coupler* bernilai konstan. Dalam hal ini dinyatakan dengan batang 3 seperti diperlihatkan pada gambar 1. Pada ujung coupler ini yang dinyatakan dengan titik a_1 dan b_1 dipasangkan join *spherical* untuk menghubungkan *crank* dan *follower*. Vektor arah sumbu join revolusi pada *crank* dan *follower* dinyatakan dengan u_a dan u_b , dimana kedua join ini terhubung ke *ground* yang lokasinya dinyatakan dengan a_0 .



Gambar 1 Mekanisme RSSR

Dengan konstrain panjang coupler konstan diperoleh hubungan matematis berikut:

$$(\mathbf{a} - \mathbf{b})^T (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = (\mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_1)^T (\mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_1), \tag{1}$$

dengan \mathbf{a} menyatakan vektor posisi titik a , \mathbf{b} menyatakan vektor posisi titik b .

Sudut input α menyatakan rotasi terhadap perubahan posisi vektor \mathbf{a} . Sudut β menyatakan rotasi perubahan vektor posisi titik \mathbf{b} .

$$\mathbf{a} = [R_{\alpha u_a}] (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0) + \mathbf{a}_0 \tag{2}$$

dan \mathbf{b} adalah fungsi untuk nilai β yang tidak diketahui

$$\mathbf{b} = [R_{\beta u_b}] (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_0) + \mathbf{b}_0 \tag{3}$$

Sintesis Dimensi

Sintesis dimensi digunakan untuk mendapatkan besaran konstanta kinematik untuk menentukan hubungan antara perpindahan crank dan follower dilakukan dengan menggunakan fungsi Pembangkit (*Function Generation*). Fungsi pembangkit ini diperlukan dalam hal pengaturan gerakan output yang dapat dispesifikasikan dengan suatu fungsi gerakan batang input. Masing-masing gerak dinyatakan dalam sistem koordinat referensi. Dalam proses sintesis dimensi terdapat banyak kemungkinan untuk memilih fungsi matematika yang kontinu sebagai *function generation* untuk mewakili hubungan sudut input dan sudut output. Pemilihan ini ditujukan untuk meminimalkan nilai kesalahan dalam proses sintesis.

Diasumsikan sebuah fungsi yang menyatakan hubungan sudut *crank* dan *follower* pada mekanisme poros engkol ganda (*double crank*) dimana input rotasi, θ sebanding dengan variabel bebas x pada fungsi matematik $y=f(x)$. Rotasi output, ϕ sebanding dengan variabel tak bebas y . Hubungan ini dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi $y=f(x)$ dimana input gerak θ sebanding dengan x dan output gerak ϕ sebanding dengan y yang dinyatakan pada rentang

$$\begin{aligned} x_o \leq x \leq x_f, \\ f(x_o) \leq y \leq f(x_f), \end{aligned} \tag{4}$$

dan rentang gerak input dan output,

$$\begin{aligned} \theta_o \leq \theta \leq \theta_f, \\ \phi_o \leq \phi \leq \phi_f. \end{aligned} \tag{5}$$

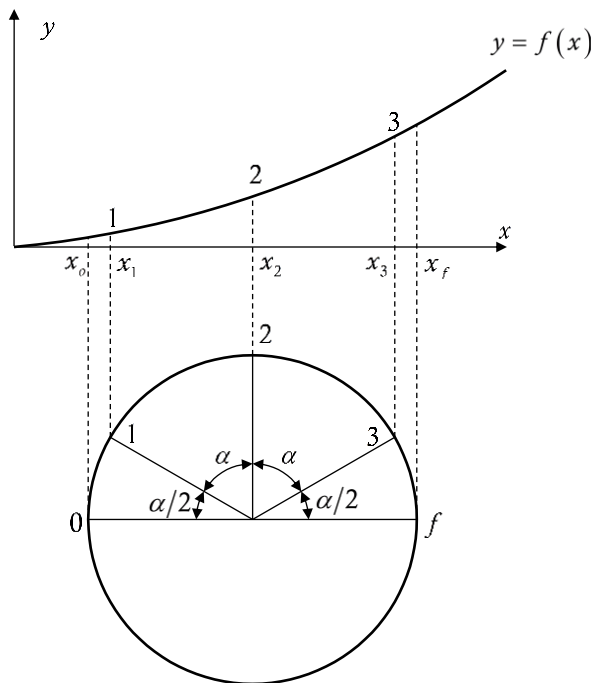
Namun pada masalah-masalah khusus, sulit untuk membuat fungsi pendekatan tanpa kesalahan. Nilai kesalahan ini dinyatakan dengan perbedaan antara gerak output dengan hasil kalkulasi dari persamaan fungsi. Hubungan pemetaan dari $\theta \rightarrow x$ dapat diilustrasi pada gambar 2 dengan mengacu kepada variable yang dinyatakan pada persamaan (4) dan (5). Selanjutnya penentuan titik-titik presisi dilakukan dengan menggunakan metode Chebyshev *spacing* secara skematis ditunjukkan oleh Gambar 2. Chebyshev *spacing* diterapkan untuk menghasilkan sekumpulan koordinat *input* yang bergantung pada ketelitian jumlah titik-titik yang dibutuhkan. Jumlah dan jarak titik-titik ini ditentukan melalui pemilihan suatu polinomial yang cocok dan berhubungan langsung dengan jumlah titik-titik terkait. Dalam hal ini Penggunaan tiga titik presisi akan membutuhkan polinom orde tiga dan begitu seterusnya, dan polinom ini dikenal dengan polinom Chebyshev. Titik-titik presisi merupakan akar-akar dari polinom

Chebyshev yang bersangkutan dan secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

$$x_j = x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2j-1}{2n} \pi \right) \right], \tag{6}$$

dengan $\Delta x = x_f - x_0$, $j = 1, 2, \dots, n$ adalah jumlah titik presisi. Penggunaan tiga titik presisi ($n = 3$) dalam sintesis menghasilkan

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) \right] = x_0 + 0.067 \Delta x, \\ x_2 &= x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{3\pi}{6} \right) \right] = x_0 + 0.500 \Delta x, \\ x_3 &= x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) \right] = x_0 + 0.933 \Delta x, \end{aligned} \tag{7}$$



Gambar 2. Chebyshev spacing sebagai pendekatan pertama untuk titik-titik presisi yang optimum

Untuk memastikan bahwa variabel *input* θ dan *output* ϕ adalah proporsional dengan variabel fungsional x dan y , perlu didefinisikan suatu faktor skala yang memiliki hubungan yang dapat diformulasika dengan

$$\begin{aligned} k_\theta &= \frac{\Delta \theta}{\Delta x} = \frac{\theta_f - \theta_0}{x_f - x_0} \\ k_\phi &= \frac{\Delta \phi}{\Delta y} = \frac{\phi_f - \phi_0}{f(x_f) - f(x_0)} \end{aligned} \tag{8}$$

Sudut yang berhubung langsung dengan titik-titik presisi dapat dihitung dengan menerapkan persamaan berikut:

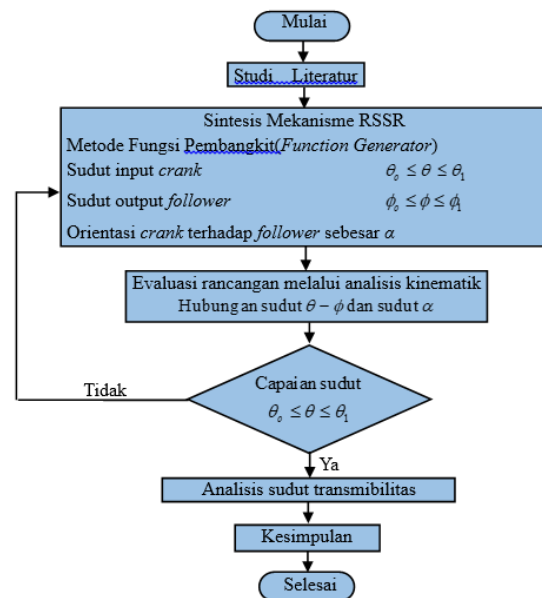
$$\theta_j = \theta_i + k_\theta (x_j - x_i) = \theta_i + \frac{\Delta \theta}{\Delta x} (x_j - x_i)$$

$$\phi_j = \phi_i + k_\phi (f(x_j) - f(x_i)) = \phi_i + \frac{\Delta \phi}{\Delta y} (f(x_j) - f(x_i)) \tag{9}$$

Prosedur Sintesis dan Analisis Mekanisme RSSR

Prosedur Sintesis

Pada bagian ini akan dibahas tentang tahapan penelitian ini yang meliputi proses sintesis dimensi mekanisme RSSR. Sintesis difokuskan untuk menghasilkan mekanisme yang dapat mentransmisikan putaran pada sumbu input dan output yang tidak sejajar. Disamping berdasarkan sudut transmibilitas, capaian *workspace* sambungan *spherical* juga dijadikan konstrain rancangan. Alur sintesis ini dinyatakan dengan diagram seperti diperlihatkan pada Gambar 3.

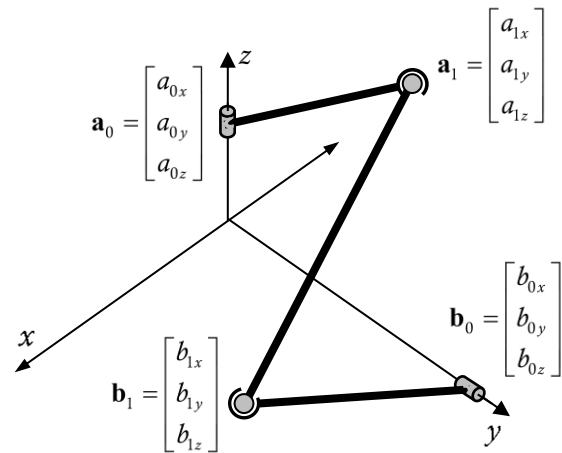
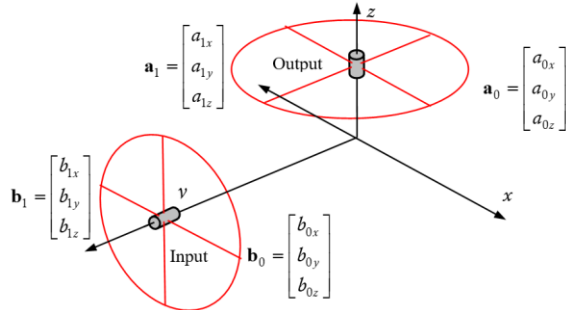


Gambar 3. Diagram Alir sintesis dan analisis

Pada proses sintesis mekanisme RSSR ini memanfaatkan fungsi pembangkit (*function generation*) untuk menentukan dimensi konstanta kinematik yang menyatakan hubungan antara perpindahan *crank* dan *follower*. Perpindahan, input *crank*, θ dengan rentang $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ ditransmisikan pada perpindahan *follower* $\phi_1 \leq \phi \leq \phi_2$. Untuk menyatakan hubungan ini digunakan fungsi pendekatan berupa fungsi kontinu $y = f(x)$ dengan interval $x_1 \leq x \leq x_2$. Dalam tahapan sintesis digunakan tiga titik presisi berdasarkan metode Chebyshev dan orientasi sumbu putar sudut input dan sudut output α .

Terkait dengan perbedaan orientasi dua sumbu sambungan revolusi pada mekanisme RSSR maka perlu didefinisikan vector posisi join *spherical* pada

ujung *crank* dan *follower* seperti diperlihatkan pada gambar 4. Vektor \mathbf{a}_1 dan \mathbf{a}_0 menyatakan vector posisi join *spherical* pada *crank* dan Vektor \mathbf{b}_1 dan \mathbf{b}_0 menyatakan vector posisi join *spherical* pada *follower* yang dinyatakan dalam sistem koordinat xyz .



Gambar 5. Analisis Posisi Mekanisme

Sintesis dilakukan berdasarkan konstrain yang diberikan pada persamaan (2.1) dengan menggunakan notasi variabel yang diperlihatkan pada Gambar 4. Dalam hal ini Solusi matematis dari persamaan-persamaan yang dibentuk oleh persamaan konstrain (1). Dengan memasukkan semua variabel pada gambar 4 ke dalam persamaan (1) akan dihasilkan persamaan nonlinear, dimana variabel-variabel yang tidak diketahui berorde lebih dari dua. Persamaan nonlinear dapat diselesaikan dengan menggunakan metode analitik (Gauss-Seidel dll), metode numerik (Newton-Raphson, bagi dua, dll) dan metode grafik.

Prosedur Analisis

Analisis yang dilakukan pada mekanisme RSSR meliputi analisis kinematik yang difokuskan pada analisis perpindahan. Dengan mengacu kepada persamaan (1) maka dapat dinyatakan vektor posisi sambungan *spherical* yang terhubung ke batang *crank* dan *follower*. Posisi sambungan *spherical* pada *follower* dapat dinyatakan dengan,

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i - \mathbf{b}_o &= [R_y] \cdot (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_o) \\ \mathbf{b}_i &= [R_y] \cdot (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_o) + \mathbf{b}_o, \end{aligned} \tag{10}$$

dan Posisi sambungan *spherical* pada *crank* dinyatakan dengan,

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_o &= [R_z] \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_o) \\ \mathbf{a}_i &= [R_z] \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_o) + \mathbf{a}_o. \end{aligned} \tag{11}$$

Ilustrasi dari semua variable yang digunakan pada pada analisis perpindahan ini disajikan pada gambar 5. Dalam hal ini R_y adalah matriks rotasi terhadap sumbu revolut join yang terhubung pada *follower* dan R_z menunjukkan matriks rotasi terhadap sumbu revolut join pada *crank*.

Selanjutnya hasil analisis ini digunakan untuk memverifikasi hasil sintesis dapat memenuhi persyaratan yang diberikan berupa batasan gerak *crank* sebagai input dan *follower* sebagai output.

Analisis ini akan diterapkan untuk berbagai kandidat hasil sintesis dengan memperhatikan tingkat kesalahan yang dihasilkan setiap model mekanisme.

Analisis Sudut Transmisibilitas

Analisis sudut transmisibilitas ini digunakan untuk melihat besarnya gaya yang harus diberikan oleh *coupler* ke *follower*. Besar sudut transmisibilitas ini dapat dinyatakan dengan persamaan (12). Besar sudut transmisibilitas ini akan berada dalam range tertentu. Disamping itu juga diperhatikan batasan pada sambungan *spherical* yang mana range gerak relatif antara dua batang yang dihubungkannya juga terbatas.

$$\cos \gamma = \frac{(\mathbf{b}_i - \mathbf{b}_o) \cdot (\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_o)}{|\mathbf{b}_i - \mathbf{b}_o| \cdot |\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_o|} \tag{12}$$

Sudut transmisibilitas ini akan memberikan nilai transmisibilitas tertinggi jika sudut yang dibentuk oleh batang *coupler* dan *follower* ini bernilai 90° .

3. Hasil dan Pembahasan

Pada bagian ini akan dibahas mengenai sintesis dimensi dan analisis mekanisme empat batang RSSR gerak ruang. Pada mekanisme RSSR, sumbu rotasi batang input dapat dibuat tidak sejajar dengan batang output. Selain itu juga dibahas sudut transmisi untuk melihat *workspace* dari sambungan *spherical* yang digunakan.

Sintesis Dimensi

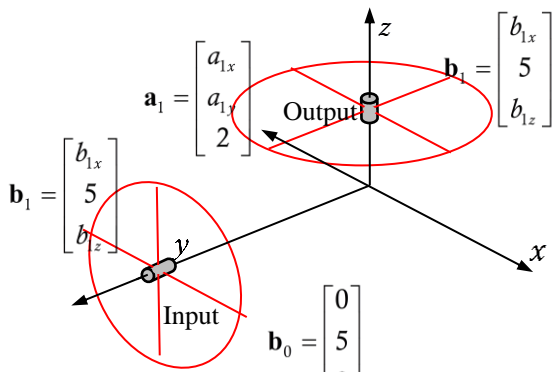
Sintesis dimensi mekanisme RSSR diterapkan untuk mendapat konstanta kinematik dengan spesifikasi rentang sudut input batang *crank* $0 \leq \theta \leq 360^\circ$, rentang sudut output batang *follower* $0 \leq \phi \leq 180^\circ$,

dan sumbu putar *crank* dan *follower* saling tegak lurus.

Skema dari spesifikasi sintesis ini diperlihatkan pada Gambar 6. Posisi *joint spherical* pada *crank*, a_1 bergerak pada bidang xy dengan $z = 2$. Selanjutnya Posisi *joint spherical* pada *follower*, b_1 bergerak pada bidang xz dengan $y = 5$. Berdasarkan kondisi ini terdapat empat buah elemen koordinat yang akan dihitung pada sintesis dimensi, dengan metode fungsi pembangkit.

Untuk menentukan titik-titik presisi pada metode Chebyshev digunakan pendekatan-pendekatan, dimana fungsi pendekatan yang digunakan adalah $y = \frac{1}{x}$ dengan rentang interval variabel bebas fungsi pendekatan $1 \leq x \leq 2$ dan jumlah titik presisi sejumlah tiga titik presisi.

Untuk menentukan dimensi batang maka digunakan metoda sintesis fungsi pembangkit (*function generator*) serta jumlah titik presisi yang digunakan sejumlah tiga titik presisi berdasarkan metode Chebyshev *Spacing*.



Gambar 6. Parameter sintesis mekanisme RSSR

Karena metode Chebyshev *spacing* hanya mempunyai batasan maksimum sudut sebesar 180° maka besar sudut input dan output dibuat proporsional dengan sudut 180° , sehingga besar sudut input dan sudut output yang akan dikalkulasi sesuai metode Chebyshev *spacing* untuk rentang sudut input yang ditargetkan sebesar $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ dimodifikasi menjadi $0 \leq \theta \leq 180^\circ$, untuk rentang sudut output yang ditargetkan sebesar $0 \leq \phi \leq 180^\circ$ dimodifikasi menjadi $0 \leq \phi \leq 90^\circ$.

Interval variabel bebas untuk sudut input telah ditentukan $x_0 \leq x \leq x_f = 1 \leq x \leq 2$ sehingga menghasilkan interval variabel bebas untuk sudut output melalui fungsi pendekatan sebagai berikut:

$$y_o \leq y \leq y_f = f(x_o) \leq y \leq f(x_f) \quad (13)$$

$$= 1 \leq y \leq 0.5$$

dengan rentang sudut putaran output yang telah dimodifikasi

$$\phi_o \leq \phi \leq \phi_f = 0 \leq \phi \leq 90^\circ \quad (14)$$

Selanjutnya ditentukan nilai masing-masing titik presisi dengan jumlah titik presisi ($n=3$) dengan nilai titik presisi ke- j , $j=1,2,\dots,n$ menggunakan persamaan berikut:

$$x_j = x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2j-1}{2n} \pi \right) \right] \quad (15)$$

maka nilai titik-titik presisi untuk sudut input sebagai berikut:

$$x_1 = x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) \right] = 1.067,$$

$$x_2 = x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{3\pi}{6} \right) \right] = 1.500, \quad (16)$$

dan $x_3 = x_0 + \frac{\Delta x}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{5\pi}{6} \right) \right] = 1.933.$

Dari titik-titik presisi sudut input tersebut, maka untuk menentukan titik presisi sudut output menggunakan fungsi pendekatan dengan menstutitusikan titik presisi sudut input ke fungsi pendekatan $f(x) = y = \frac{1}{x}$ maka didapatkan titik-titik presisi sudut output sebagai berikut:

$$y_1 = \frac{1}{x_1} = 0.937,$$

$$y_2 = \frac{1}{x_2} = 0.667, \quad (17)$$

dan $y_3 = \frac{1}{x_3} = 0.517.$

Sebelum menentukan sudut presisi maka ditentukan terlebih dahulu faktor skala untuk sudut input

$$k_\theta = \frac{\Delta \theta}{\Delta x} = \frac{180^\circ}{1} = 180^\circ, \quad (18)$$

dan untuk sudut output

$$k_\phi = \frac{\Delta \phi}{\Delta y} = \frac{90^\circ}{-0.5} = -180^\circ. \quad (19)$$

Selanjutnya ditentukan sudut presisi dengan menggunakan persamaan

$$\theta_j = \theta_0 + k_\theta (x_j - x_0) \quad (20)$$

Maka dihasilkan sudut presisi sebagai berikut:

$$\theta_1 = \theta_0 + k_\theta (x_1 - x_0) = 12.06^\circ,$$

$$\theta_2 = \theta_0 + k_\theta (x_2 - x_0) = 90^\circ, \quad (21)$$

dan

$$\theta_3 = \theta_0 + k_\theta (x_3 - x_0) = 167.94^\circ.$$

Sudut presisi untuk sudut output menggunakan persamaan berikut:

$$\phi_j = \phi_0 + k_\phi (f(x_j) - f(x_0)) \quad (22)$$

Maka dihasilkan sudut presisi untuk sudut output sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_0 + k_\phi (f(x_1) - f(x_0)) = 11.34^\circ, \\ \phi_2 &= \phi_0 + k_\phi (f(x_2) - f(x_0)) = 59.994^\circ, \end{aligned} \quad (23)$$

dan

$$\phi_3 = \phi_0 + k_\phi (f(x_3) - f(x_0)) = 86.94^\circ.$$

Metode Chebyshev menunjukkan nilai x proporsional dengan nilai θ dan nilai y proporsional dengan nilai ϕ yang ditransformasi dengan menggunakan pendekatan $y = 1/x$. Sudut spesifik yang telah dihitung akan digunakan untuk membangun matriks displacement $[D_R]$, dimana jika dengan tiga titik presisi maka matriks displacement yang akan dibentuk berjumlah tiga matriks displacement. Selanjutnya hubungan panjang batang dapat diketahui dengan kondisi gerakan batang dimana jarak antara dua sambungan spherical adalah konstan yang dinyatakan sebagai

$$\left(([D_R] \mathbf{a}_j - \mathbf{b}_1)^T \right) \left(([D_R] \mathbf{a}_j - \mathbf{b}_1) \right) = (\mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_1)^T (\mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_1), j = 2, 3, \dots \quad (24)$$

Jumlah persamaan yang dihasilkan akan sama jumlahnya dengan jumlah titik presisi yang berkorelasi dengan jumlah titik-titik yang tidak diketahui. Persamaan yang dihasilkan dalam bentuk nonlinear akan diselesaikan dengan menggunakan metode Newton Raphson. Posisi sambungan revolut input pada $b_{0y} = 5$ satuan dan posisi sambungan revolut output pada $a_{0x} = 2$ satuan, dimana sambungan revolut hanya diizinkan berputar pada bidang tersebut yang seperti ditunjukkan spesifikasi rancangan pada Gambar 7. Sesuai dengan konstrain dari sambungan revolut maka, posisi sambungan spherical akan sebidang dengan sambungan revolut ($b_{0y} = b_{1y}$ dan $a_{0z} = a_{1z}$). Dan ada empat variabel komponen vektor posisi yang tidak diketahui yaitu $a_{1x}, a_{1y}, b_{1x}, b_{1z}$. Dalam sintesis ini nilai b_{1z} ditetapkan lebih dahulu dengan nilai bervariasi dari 0 sampai 6 dengan kelipatan 0.5.

Dengan menggunakan proses kalkulasi sintesis dimensi, maka didapatkan beberapa pilihan solusi mekanisme yang ditunjukkan pada Tabel 1. Diperoleh tiga belas kandidat mekanisme

Tabel 1. Koordinat posisi hasil sintesis

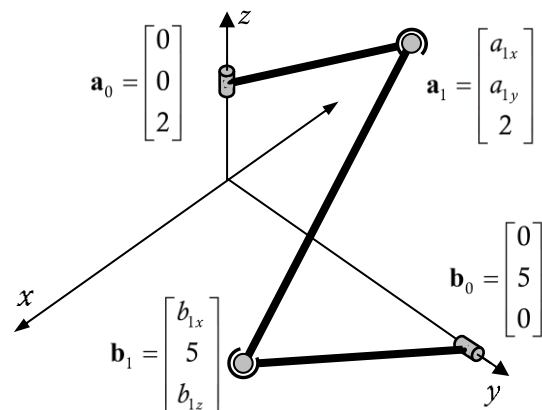
No	a_{1x} (satuan)	a_{1y} (satuan)	a_{1z} (satuan)	b_{1x} (satuan)	b_{1y} (satuan)	b_{1z} (satuan)
1	0.00	0.00	2	1.00	5	0
2	-0.00	-0.12	2	0.75	5	0.5
3	-0.00	1.95	2	7.30	5	1
4	-0.28	1.72	2	6.68	5	1.5
5	-1.02	1.37	2	4.98	5	2
6	-1.65	1.32	2	4.72	5	2.5
7	-2.45	1.34	2	4.67	5	3
8	-3.82	1.43	2	4.75	5	3.5
9	-6.86	1.69	2	4.91	5	4
10	1.20	2.05	2	12.22	5	4.5
11	1.34	2.02	2	12.53	5	5
12	0.78	-0.59	2	-0.79	5	5.5
13	0.83	-0.56	2	-0.78	5	6

Tabel 2. Hasil sintesis mekanisme berdasarkan panjang batang

No	$\bar{a}_0 \bar{a}_1$ (satuan)	$\bar{a}_1 \bar{b}_1$ (satuan)	$\bar{b}_1 \bar{b}_0$ (satuan)	$\bar{b}_0 \bar{a}_0$ (satuan)
1	0.00	5.48	1.00	5.39
2	0.12	5.39	0.90	5.39
3	1.95	7.97	7.37	5.39
4	1.74	7.72	6.85	5.39
5	1.75	7.06	5.37	5.39
6	2.11	7.37	5.34	5.39
7	2.79	8.07	5.55	5.39
8	4.08	9.41	5.90	5.39
9	7.02	12.35	6.33	5.39
10	2.37	11.68	13.02	5.39
11	2.42	11.96	13.49	5.39
12	0.98	6.78	5.56	5.39
13	1.00	7.04	6.05	5.39

Analisis Posisi

Hubungan antara posisi sambungan spherical yang terhubung ke batang input dan output dapat dihitung dengan persamaan konstrain pada persamaan (1). Posisi kedua sambungan spherical tersebut diperlihatkan pada Gambar 8.



Gambar 7. Analisis Posisi Mekanisme

Perpindahan batang input dianalisis yang diformulasikan sebagai berikut:

$$\mathbf{b}_i - \mathbf{b}_o = [R_y] \cdot (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_o)$$

$$\mathbf{b}_i = [R_y] \cdot (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_o) + \mathbf{b}_o \quad (25)$$

dimana i adalah titik putaran sambungan *spherical* ke- i . Dengan matriks rotasi pada bidang y ditentukan berdasarkan elemen-elemen matriks yang berpindah yang dapat dinyatakan dengan

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (26)$$

Perpindahan yang terjadi pada *crank* dapat diformulasi dengan persamaan berikut:

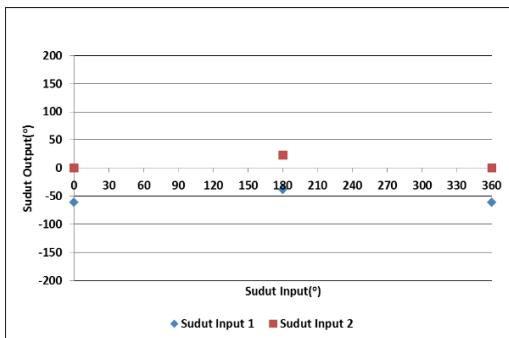
$$\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_o = [R_z] \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_o)$$

$$\mathbf{a}_i = [R_z] \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_o) + \mathbf{a}_o \quad (27)$$

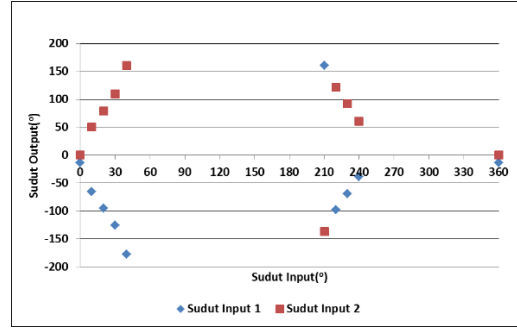
namun dengan matriks rotasi yang berbeda, karena bergerak di bidang z , sehingga matrik rotasi tersebut dapat dituliskan sebagai

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

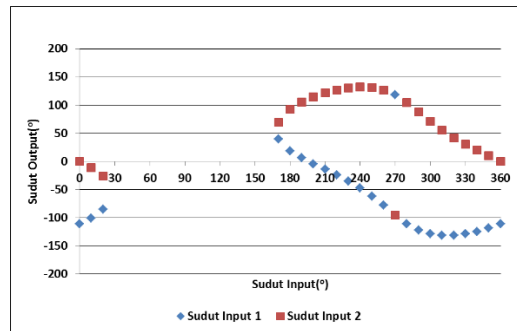
Analisis posisi diterapkan terhadap ke 13 mekanisme hasil sintesis seperti diperlihatkan pada Gambar 8-. Pada masing-masing gambar diberikan hubungan antara sudut input dan sudut output. Dari gambar tersebut terlihat bahwa tidak semua mekanisme memenuhi konstrain bahwa batang input dapat berotasi penuh. Hal ini dapat dilihat dari solusi persamaan (1) yang merupakan bilangan kompleks yang menunjukkan bahwa batang input tidak dapat berotasi penuh.



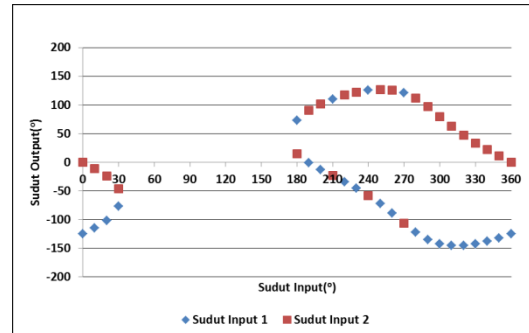
Gambar 8. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 0.0$



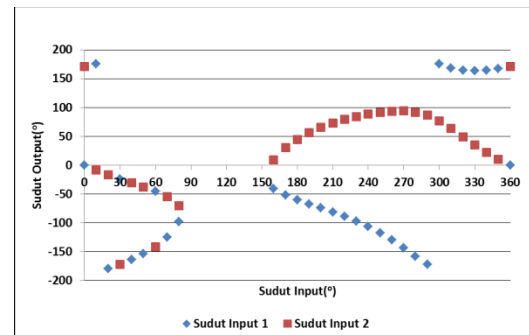
Gambar 9. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 0.5$



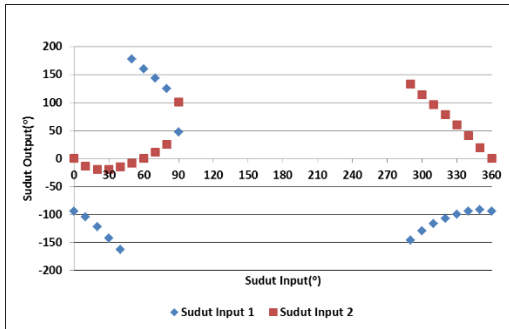
Gambar 10. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 1.0$



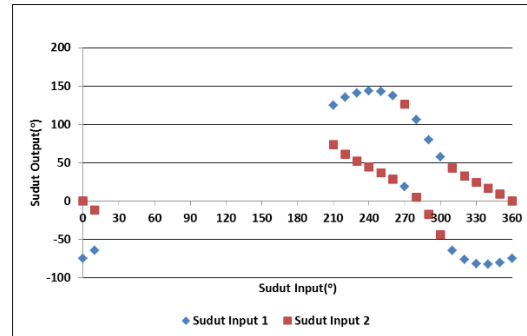
Gambar 11. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 1.5$



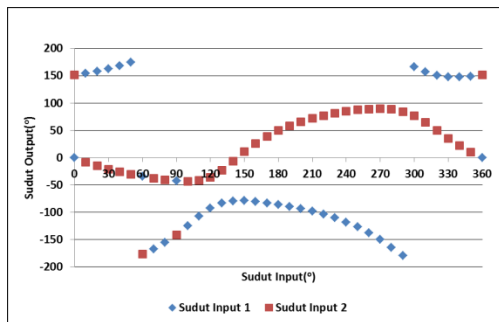
Gambar 12. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 2.0$



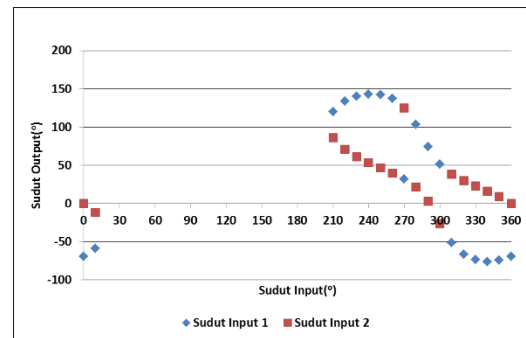
Gambar 13. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 2.5$



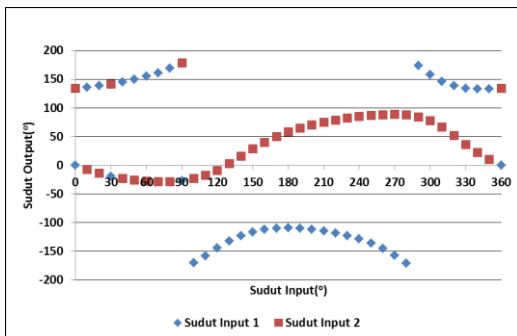
Gambar 17. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 4.5$



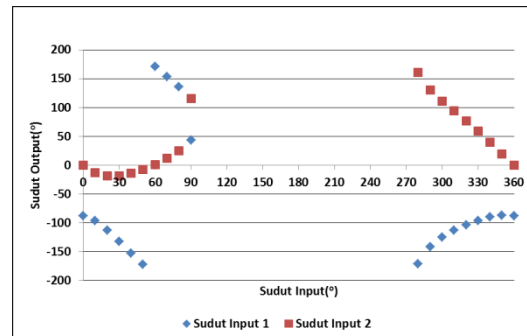
Gambar 14. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 3.0$



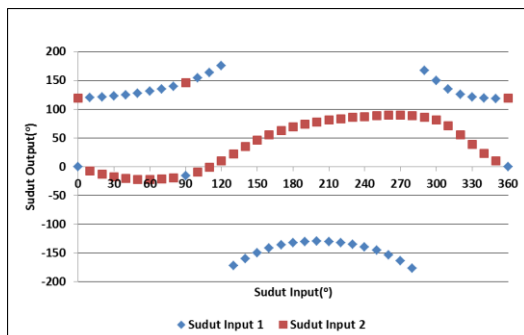
Gambar 18. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 5.0$



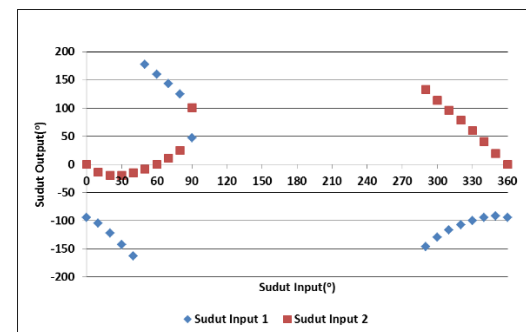
Gambar 15. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 3.5$



Gambar 19. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 5.5$



Gambar 16. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 4.0$



Gambar 20. Hubungan posisi batang input terhadap batang output dengan variasi $b_{1z} = 6.0$

Dari grafik hubungan sudut input dan sudut output diketahui bahwa kandidat dengan nilai b_{1z} 3.0, 3.5 dan 4.0 dapat memberikan kondisi dimana batang input dapat berotasi penuh, seperti diperlihatkan pada Gambar 14, 15 dan 16.

Dengan mengacu kepada ketiga koordinat yang dapat memberikan putaran penuh batang input akan dievaluasi capaian gerak batang output. Kandidat dengan $b_{1z} = 3.0$ memberikan rentang putaran input sebesar 133.2° seperti diperlihatkan pada Tabel 3. Namun capaian ini masih dibawah spesifikasi rancangan yaitu 180° .

Tabel 3 Rentang gerak batang output

b_{1z} (satuan)	3.0	3.5	4.0
Maksimum ($^\circ$)	89.5	88.3	89.2
Minimum ($^\circ$)	-43.7	-29.0	-22.6
$\Delta\phi$ ($^\circ$)	133.2	117.4	111.8

Nilai kesalahan yang diperoleh ketiga mekanisme terhadap pergerakan coupler dapat dihitung sehingga diperoleh

$$\epsilon_{3.0} = \frac{180^\circ - 133.2^\circ}{180^\circ} \cdot 100\% = 26\% \tag{29}$$

$$\epsilon_{3.5} = \frac{180^\circ - 117.4^\circ}{180^\circ} \cdot 100\% = 34.8\% \tag{30}$$

$$\epsilon_{4.0} = \frac{180^\circ - 111.8^\circ}{180^\circ} \cdot 100\% = 37.9\% \tag{31}$$

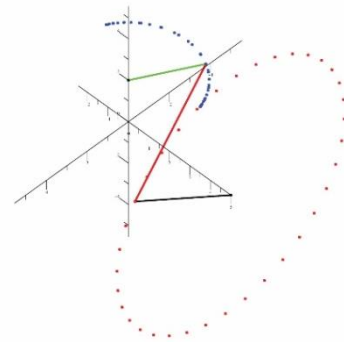
Nilai kesalahan pada model hasil sintesis cukup besar jika dibandingkan dengan target putaran batang. Hal ini diakibatkan oleh jumlah titik presisi yang hanya berjumlah tiga titik presisi. Selain itu menggunakan fungsi pendekatan yang berbeda-beda juga memberikan hasil yang berbeda, meskipun sintesis dimensi hanya diberikan satu model fungsi pendekatan untuk studi kasus ini.

Analisis Sudut Transmibilitas

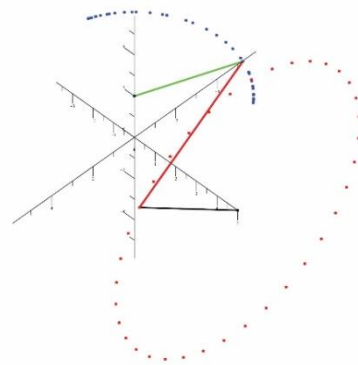
Pada analisis sudut transmibilitas, posisi batang dalam bentuk sudut dikonversikan ke posisi koordinat. Sebelum dikonversi, terdapat dua nilai sudut output, karena nilai sudut output merupakan akar-akar persamaan, namun yang digunakan untuk analisis sudut transmibilitas adalah nilai sudut yang berdekatan yang membentuk alur grafik sempurna yang tidak terputus dan hal tersebut terlihat pada grafik model kinematik dengan b_{1z} 3, 3.5 dan 4.

Konversi nilai sudut batang menjadi koordinat-koordinat menggunakan cara yang sama dengan analisis posisi, namun untuk analisis transmibilitas konstrain yang diketahui dibalik sehingga outputnya dalam bentuk koordinat. Selanjutnya koordinat posisi titik-titik untuk ketiga model kinematik diplotkan

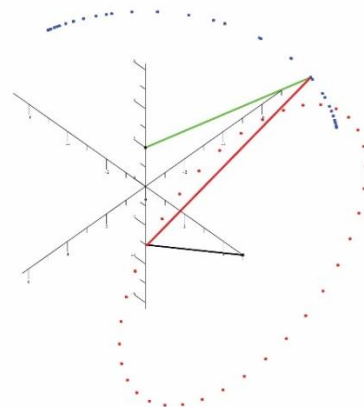
dalam bentuk gerak batang seperti ditampilkan pada Gambar 4.22 sampai dengan 4.24.



Gambar 21 Koordinat posisi model kinematik $b_{1z} = 3.0$



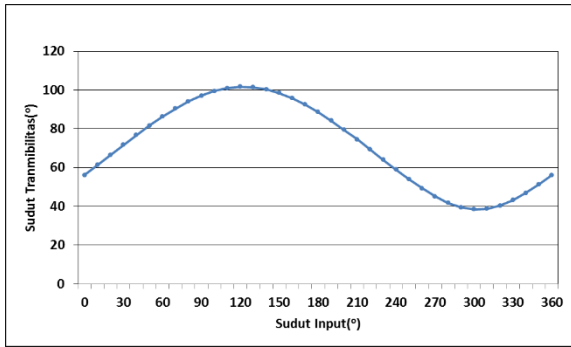
Gambar 22 Koordinat posisi model kinematik $b_{1z} = 3.5$



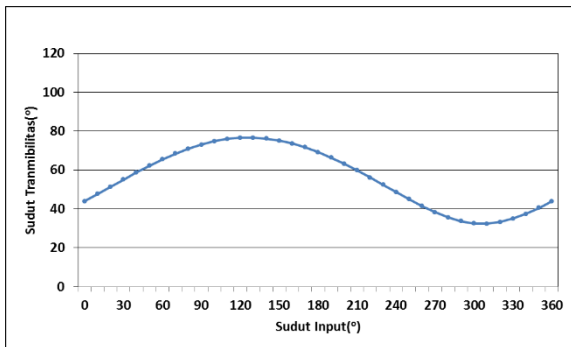
Gambar 23 Koordinat posisi model kinematik $b_{1z} = 4.0$

Setelah nilai koordinat posisi batang didapatkan, maka selanjutnya dilakukan perhitungan sudut antara batang output dengan batang *coupler*, yang akan digunakan untuk parameter perancangan sambungan *spherical*. Perhitungan sudut antara batang *coupler* dengan batang output menggunakan metode perkalian vektor secara *dot product*.

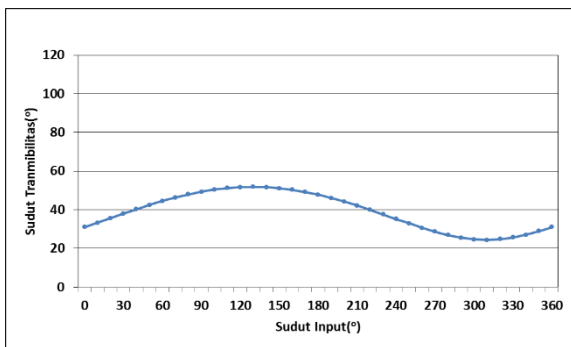
Proses kalkulasi seperti persamaan di atas dilakukan untuk satu putaran penuh batang input, sehingga didapatkan grafik sudut transmibilitas pada Gambar 4.25 sampai 4.27.



Gambar 24. Sudut transmibilitas batang output dengan batang coupler model kinematik $b_{1z} = 3.0$



Gambar 25. Sudut transmibilitas batang output dengan batang coupler model kinematik $b_{1z} = 3.5$



Gambar 26 Sudut transmibilitas batang output dengan batang coupler model kinematik $b_{1z} = 4.0$

Dari grafik pada gambar 24,25 dan 26 dapat dihitung parameter rancangan sambungan *spherical*, dimana pada ketiga model terdapat nilai sudut transmibilitas minimum dan maksimum. Rentang nilai maksimum dan minimum inilah yang akan menjadi besar sudut maksimum pada sambungan *spherical* yang dipilih. Di mana rentang masing-masing model ditampilkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Sudut transmibilitas

b_{1z} (satuan)	3.0	3.5	4.0
γ_{max} (°)	101.6	76.6	51.7
γ_{min} (°)	38.4	32.4	24.3
$\Delta\gamma$ (°)	63.2	44.2	27.4

Maka untuk memenuhi rancangan rancangan seperti model, maka dibutuhkan rentang bukaan *socket* ($\Delta\theta$) sambungan *spherical* seperti ditunjukkan pada Tabel 4. Namun dengan kondisi sambungan *spherical* yang beredar di pasaran yang terkadang tidak memenuhi kondisi mekanisme maka perlu dilakukan perancangan ulang model agar didapatkan hasil rancangan yang optimum, salah satunya dengan memodifikasi sudut kemiringan(*tilt angle*).

4. Kesimpulan

Telah berhasil dilakukan sintesis mekanisme RSSR menggunakan metode Chebyshev dengan jumlah titik presisi sebanyak tiga titik presisi serta dengan menggunakan orientasi sumbu sudut input dan output yang berbeda. Dari semua solusi sintesis tidak semua hasil sintesis memenuhi kriteria rancangan. Pemilihan kandidat mekanisme RSSR didasarkan pada nilai kesalahan rentang sudut input dan sudut output. Dimana batang input diharapkan dapat bergerak satu putaran penuh, 2π dan batang output dapat bergerak mengikuti batang input, sehingga membentuk mekanisme *crank rocker*. Selanjutnya, kandidat mekanisme rancangan diseleksi lagi berdasarkan sudut transmibilitas. Mekanisme yang dipilih sebagai kandidat utama adalah mekanisme dengan nilai kesalahan capaian batang output yang paling kecil.

Pada studi kasus digunakan spesifikasi dasar rancangan dimana orientasi sumbu sudut input dan output yang berbeda yaitu sebesar 90° . Dan target rentang putaran batang sudut *crank* $\theta, 0 \leq \theta \leq 2\pi$, dan batang *follower* $\phi, 0 \leq \phi \leq \pi$. Dari hasil sintesis serta dievaluasi dengan analisis posisi dan analisis sudut transmibilitas diperoleh dimensi mekanisme RSSR sebagai berikut $l_1(\text{ground}) = 5.39$ satuan, $l_2(\text{crank}) = 5.55$ satuan, $l_3(\text{coupler}) = 8.07$ satuan dan $l_4(\text{follower}) = 2.79$ satuan dengan batang *crank* berputar penuh sebesar 2π dan batang output (*follower*) $0 \leq \phi \leq 133.2^\circ$. Sudut transmibilitas kandidat mekanisme RSSR terpilih adalah $38.4^\circ \leq \alpha \leq 101.6^\circ$.

Daftar Pustaka

- [1] Suh, C. H., & Radcliffe, C. W. (1978). *Kinematics and Mechanisms Design*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Sancibrian, S., De Juan, A., P, G., A, F., & F, V. (2007). Optimal Synthesis of function Generating Spherical and RSSR Mechanism. *12th IFToMM World Congress*.
- [3] Rodriguez, F., & Tovar, A. (2008). Coupler Based Synthesis of a RSSR Mechanism. *Intenational Conference on Engineering Optimization*.

- [4] Castelli, V.,P., Troncossi, M. dan Mozzoti, C., (2016) Dimensional synthesis of the optimal RSSR mechanism for a set of variable design parameters, *Meccanica*, DOI: 10.1007/s11012-016-0584-y
- [5] Sun, J. And Chu, J. 2010, A new Approach to Dimension Synthesis of Spatial Four-Bar Linkage Through Atlas Methode, Vol. (2), No.4
- [6] Chung, W-Y, (2004), Mobility Analysis of RSSR Linkage and Type Maps of Special Cases, Vol. 39, No. 4, pp. 379-393.
- [7] Talaba, D. (2012). The angular capacity of spherical joints used in mechanisms with closed loops and multiple degrees of freedom. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 637-647.